

Analisis Perbandingan Hasil Integrasi Numerik Menggunakan Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah

Elsafina Chintya Silitonga ✉, Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia

Bukhari, Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia

Ita Margareta Br Tarigan, Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia

✉ elsafinachintyasilitonga@gmail.com

Abstract. Numerical integration is one of the computational techniques widely used to approximate the value of definite integrals when analytical solutions are difficult or impossible to obtain. Among the commonly applied numerical integration methods are the Trapezoidal Rule and the Midpoint Rule. Although both methods are classified as Newton-Cotes numerical integration formulas, each possesses different approximation characteristics and accuracy levels depending on the function being evaluated. This study aims to compare the numerical results generated by the Trapezoidal Rule and the Midpoint Rule using two different mathematical functions. The research employed a quantitative descriptive approach by performing numerical calculations and comparing the approximation results with the exact analytical values. Error analysis was carried out using absolute error and relative error. The findings indicate that both methods produce approximation values close to the exact solution. However, the Midpoint Rule demonstrates higher accuracy than the Trapezoidal Rule for the tested functions because it yields smaller numerical errors. The results confirm that selecting an appropriate numerical integration method significantly influences approximation accuracy and computational performance.

Keywords: Numerical Integration, Trapezoidal Rule, Midpoint Rule, Numerical Analysis, Error Analysis.

Abstrak Integrasi numerik merupakan salah satu teknik komputasi yang banyak digunakan untuk memperoleh nilai hampiran suatu integral tentu ketika penyelesaian secara analitik sulit ataupun tidak memungkinkan dilakukan. Dua metode yang sering digunakan dalam integrasi numerik adalah Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah. Kedua metode tersebut termasuk ke dalam keluarga rumus Newton-Cotes yang memiliki karakteristik pendekatan dan tingkat ketelitian yang berbeda bergantung pada bentuk fungsi yang dihitung. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis serta membandingkan hasil integrasi numerik menggunakan Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah pada dua fungsi matematika yang berbeda. Penelitian dilakukan menggunakan pendekatan kuantitatif deskriptif melalui proses perhitungan numerik, kemudian hasil pendekatan dibandingkan dengan nilai eksak integral. Tingkat ketelitian dianalisis menggunakan galat absolut dan galat relatif. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kedua metode mampu menghasilkan pendekatan yang mendekati nilai eksak. Akan tetapi, Kaidah Titik Tengah memberikan tingkat akurasi yang lebih tinggi dibandingkan Kaidah Trapesium pada kedua kasus pengujian karena menghasilkan nilai galat yang lebih kecil. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pemilihan metode integrasi numerik berpengaruh terhadap kualitas pendekatan integral serta efisiensi komputasi.

Kata kunci : M Integrasi Numerik, Kaidah Trapesium, Kaidah Titik Tengah, Analisis Numerik, Galat Numerik.

Received 1 Juli 2026; **Accepted** 22 Juli 2026; **Published** 25 Juli 2026

Citation: Silitonga, E.C., Bukhari, & Tarigan, I.M.B. (2026). Analisis Perbandingan Hasil Integrasi Numerik Menggunakan Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah. *Jurnal Jendela Matematika*, 4 (02), 105-118.



Copyright ©2026 Jurnal Jendela Matematika

Published by CV. Jendela Edukasi Indonesia. This work is licensed under the Creative Commons Attribution-Non Commercial-Share Alike 4.0 International License.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang memiliki kontribusi sangat besar terhadap perkembangan sains, teknologi, rekayasa, serta berbagai disiplin ilmu terapan lainnya. Hampir seluruh aktivitas ilmiah maupun kegiatan yang berkaitan dengan pengambilan keputusan berbasis data tidak dapat dipisahkan dari penggunaan konsep-konsep matematika. Berbagai fenomena yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari, baik yang berkaitan dengan aspek alam, industri, ekonomi, kesehatan, maupun teknologi informasi, pada umumnya dapat direpresentasikan ke dalam model matematika sehingga hubungan antarvariabel dapat dipelajari secara lebih sistematis. Melalui proses pemodelan tersebut, berbagai permasalahan yang awalnya bersifat kompleks dapat dianalisis secara kuantitatif sehingga diperoleh solusi yang lebih rasional dan dapat dipertanggungjawabkan secara ilmiah. Oleh karena itu, penguasaan metode penyelesaian matematika yang tepat menjadi aspek yang sangat penting agar solusi yang dihasilkan memiliki tingkat ketelitian dan keakuratan yang tinggi. Salah satu cabang matematika yang memiliki peranan strategis dalam menyelesaikan berbagai persoalan tersebut adalah analisis numerik. Bidang ini berkembang sebagai alternatif penyelesaian ketika metode analitik tidak lagi mampu memberikan solusi secara sederhana, terutama pada persoalan yang melibatkan fungsi-fungsi kompleks, model nonlinier, maupun data empiris hasil pengamatan. Dengan demikian, analisis numerik saat ini telah menjadi fondasi penting dalam perkembangan komputasi modern, simulasi ilmiah, dan berbagai penelitian multidisiplin yang membutuhkan penyelesaian numerik secara efisien (Maure & Mungkasi, 2021).

Kemajuan teknologi komputer dalam beberapa dekade terakhir telah memberikan pengaruh yang sangat signifikan terhadap perkembangan metode numerik. Peningkatan kemampuan perangkat keras maupun perangkat lunak komputasi memungkinkan berbagai algoritma numerik dijalankan dengan lebih cepat, lebih stabil, dan mampu menangani persoalan yang jauh lebih kompleks dibandingkan sebelumnya. Kondisi tersebut menyebabkan metode numerik semakin banyak diterapkan pada berbagai bidang ilmu, seperti teknik sipil, teknik mesin, teknik elektro, ekonomi, statistika, fisika, ilmu lingkungan, hingga kecerdasan buatan. Pada dasarnya, metode numerik merupakan suatu pendekatan komputasi yang digunakan untuk memperoleh solusi hampiran melalui proses iterasi sehingga menghasilkan nilai yang mendekati solusi sebenarnya dengan tingkat kesalahan tertentu. Keunggulan utama metode numerik terletak pada kemampuannya menyelesaikan berbagai persoalan matematika yang secara analitik sulit, rumit, bahkan tidak memungkinkan untuk diselesaikan menggunakan metode eksak. Selain itu, perkembangan teknologi komputasi juga menjadikan proses perhitungan numerik semakin efisien karena mampu menghasilkan solusi dalam waktu yang relatif singkat tanpa mengurangi tingkat ketelitian hasil yang diperoleh. Oleh sebab itu, metode numerik menjadi salah satu komponen utama dalam berbagai perangkat lunak ilmiah yang digunakan untuk mendukung kegiatan penelitian, perancangan, maupun simulasi berbasis komputer (Zein et al., 2022).

Salah satu materi yang memiliki kedudukan penting dalam analisis numerik adalah integrasi numerik. Integrasi numerik merupakan teknik perhitungan yang digunakan untuk menentukan nilai suatu integral tentu melalui proses pendekatan apabila fungsi yang akan diintegrasikan tidak memiliki bentuk antiturunan yang sederhana atau bahkan tidak dapat dinyatakan dalam bentuk fungsi elementer. Selain digunakan pada fungsi yang kompleks, metode integrasi numerik juga sangat bermanfaat ketika informasi yang tersedia hanya berupa data diskrit hasil pengamatan atau pengukuran di lapangan sehingga metode analitik tidak dapat diterapkan secara langsung. Dalam praktiknya, teknik integrasi numerik telah diaplikasikan pada berbagai bidang ilmu untuk menghitung luas daerah di bawah kurva, menentukan volume benda putar, menghitung probabilitas kumulatif pada distribusi statistik, menganalisis perpindahan panas, menghitung aliran fluida, melakukan analisis struktur pada bidang teknik, hingga mendukung berbagai

simulasi fenomena fisika maupun rekayasa. Luasnya cakupan penerapan tersebut menunjukkan bahwa integrasi numerik merupakan salah satu materi fundamental yang wajib dipahami dalam matematika komputasi maupun berbagai disiplin ilmu teknik dan sains (Mulyono, 2022).

Secara konseptual, prinsip dasar integrasi numerik adalah menggantikan bentuk fungsi kontinu yang relatif rumit dengan fungsi pendekatan yang lebih sederhana sehingga luas daerah di bawah kurva dapat dihitung melalui proses aproksimasi. Pendekatan tersebut dilakukan dengan membagi interval integral menjadi sejumlah subinterval, kemudian setiap subinterval direpresentasikan menggunakan bentuk geometri atau fungsi interpolasi tertentu sesuai dengan metode yang digunakan. Tingkat ketelitian hasil integrasi numerik sangat dipengaruhi oleh beberapa faktor, antara lain karakteristik fungsi yang dihitung, jumlah pembagian interval, serta metode pendekatan yang dipilih. Semakin kecil ukuran setiap subinterval atau semakin banyak jumlah partisi yang digunakan, maka nilai galat yang dihasilkan umumnya akan semakin kecil sehingga hasil pendekatan akan semakin mendekati nilai integral eksaknya. Oleh sebab itu, pemilihan metode integrasi yang tepat menjadi salah satu faktor penting untuk memperoleh hasil perhitungan yang memiliki tingkat akurasi tinggi sekaligus efisiensi komputasi yang baik (Suryanto & Wibowo, 2023).

Di antara berbagai metode integrasi numerik yang telah dikembangkan, Kaidah Trapesium merupakan salah satu metode yang paling sederhana serta paling banyak digunakan karena konsepnya mudah dipahami dan implementasinya relatif sederhana. Metode ini bekerja dengan menggantikan bentuk kurva fungsi pada setiap subinterval menjadi sebuah garis lurus sehingga daerah di bawah kurva didekati oleh bangun datar berbentuk trapesium. Nilai integral kemudian diperoleh melalui penjumlahan luas seluruh trapesium yang terbentuk pada setiap interval pembagian. Kesederhanaan algoritma yang dimiliki menjadikan metode ini sangat mudah diterapkan, baik dalam proses perhitungan secara manual maupun melalui bantuan perangkat lunak komputasi seperti MATLAB, Python, maupun Microsoft Excel. Meskipun demikian, tingkat ketelitian Kaidah Trapesium sangat dipengaruhi oleh bentuk fungsi yang diintegrasikan. Pada fungsi-fungsi yang memiliki tingkat kelengkungan tinggi atau mengalami perubahan gradien secara cepat, pendekatan menggunakan garis lurus cenderung menghasilkan galat yang relatif lebih besar dibandingkan metode lain yang menggunakan pendekatan lebih representatif terhadap bentuk kurva sebenarnya (Mulyono, 2022).

Selain Kaidah Trapesium, metode lain yang juga sering digunakan dalam proses integrasi numerik adalah Kaidah Titik Tengah (Midpoint Rule). Berbeda dengan Kaidah Trapesium yang menggunakan nilai fungsi pada kedua ujung interval, metode ini menggunakan nilai fungsi yang berada tepat pada titik tengah setiap subinterval sebagai dasar perhitungan luas pendekatan. Pendekatan tersebut secara teoritis mampu memberikan estimasi yang lebih representatif terhadap rata-rata nilai fungsi pada setiap interval sehingga hasil pendekatan yang diperoleh umumnya memiliki tingkat kesalahan yang lebih kecil. Penggunaan titik tengah menyebabkan distribusi galat menjadi lebih seimbang sehingga pada berbagai jenis fungsi, terutama fungsi yang relatif halus, Kaidah Titik Tengah sering menghasilkan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan Kaidah Trapesium tanpa memerlukan prosedur perhitungan yang jauh lebih rumit. Oleh karena itu, metode ini banyak direkomendasikan sebagai alternatif yang efisien dalam menyelesaikan berbagai persoalan integrasi numerik yang membutuhkan keseimbangan antara tingkat ketelitian dan efisiensi komputasi (Maure & Mungkasi, 2021).

Sejumlah penelitian yang telah dilakukan di Indonesia menunjukkan bahwa setiap metode integrasi numerik memiliki karakteristik, kelebihan, keterbatasan, serta tingkat akurasi yang berbeda-beda bergantung pada sifat fungsi yang diintegrasikan. Penelitian yang dilakukan oleh Zein et al. (2022) menunjukkan bahwa pemilihan metode integrasi merupakan faktor yang sangat menentukan kualitas hasil pendekatan numerik, khususnya pada fungsi-fungsi nonlinier yang memiliki karakteristik perubahan nilai cukup kompleks. Sementara itu, penelitian yang dilakukan oleh Mulyono (2022) mengungkapkan bahwa

peningkatan jumlah partisi interval mampu menurunkan nilai galat baik pada Kaidah Trapesium maupun Kaidah Titik Tengah. Meskipun demikian, laju penurunan galat yang dihasilkan oleh kedua metode tersebut tidak selalu sama karena dipengaruhi oleh sifat matematis masing-masing algoritma. Temuan-temuan tersebut menunjukkan bahwa belum terdapat satu metode yang selalu memberikan hasil terbaik untuk seluruh jenis fungsi, sehingga analisis komparatif terhadap kedua metode menjadi penting dilakukan. Melalui proses perbandingan tersebut dapat diketahui metode yang lebih sesuai digunakan pada kondisi tertentu sehingga efisiensi dan akurasi proses komputasi dapat ditingkatkan.

Berdasarkan uraian latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk melakukan analisis perbandingan hasil integrasi numerik menggunakan Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah melalui dua studi kasus yang melibatkan fungsi dengan karakteristik berbeda. Proses analisis dilakukan dengan menghitung nilai integral menggunakan kedua metode, kemudian membandingkan hasil pendekatan tersebut terhadap nilai integral eksak yang diperoleh secara analitik. Selain itu, penelitian ini juga menghitung besarnya galat absolut dan galat relatif yang dihasilkan oleh masing-masing metode sebagai indikator tingkat ketelitian pendekatan numerik. Hasil penelitian diharapkan mampu memberikan gambaran yang lebih komprehensif mengenai performa kedua metode integrasi numerik, sekaligus menjadi referensi ilmiah bagi mahasiswa, peneliti, maupun praktisi dalam menentukan metode integrasi yang paling sesuai dengan karakteristik permasalahan yang dihadapi. Dengan demikian, proses komputasi numerik dapat dilakukan secara lebih efektif, efisien, dan menghasilkan solusi yang memiliki tingkat akurasi lebih tinggi.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif deskriptif dengan metode eksperimen komputasi numerik. Pendekatan kuantitatif dipilih karena penelitian berfokus pada proses perhitungan matematis yang menghasilkan data numerik berupa nilai integral pendekatan, nilai integral eksak, serta besar galat dari masing-masing metode yang dibandingkan. Menurut Maure dan Mungkasi (2021), pendekatan kuantitatif sangat sesuai digunakan dalam penelitian metode numerik karena memungkinkan pengukuran tingkat akurasi suatu algoritma melalui indikator matematis yang dapat dihitung secara objektif.

Objek penelitian ini adalah dua metode integrasi numerik, yaitu Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah (Midpoint Rule). Kedua metode dipilih karena merupakan metode Newton-Cotes orde rendah yang banyak digunakan dalam pembelajaran analisis numerik maupun penyelesaian berbagai persoalan rekayasa. Penelitian difokuskan pada analisis hasil pendekatan integral menggunakan kedua metode tersebut terhadap dua fungsi yang memiliki karakteristik berbeda sehingga dapat diketahui tingkat akurasi masing-masing metode.

Data penelitian berupa dua fungsi matematika yang dapat dihitung secara analitik sehingga nilai integral eksaknya dapat digunakan sebagai acuan pembandingan. Fungsi pertama merupakan fungsi polinomial, sedangkan fungsi kedua merupakan fungsi trigonometri. Pemilihan kedua fungsi tersebut bertujuan untuk mengetahui konsistensi performa kedua metode pada bentuk fungsi yang berbeda sebagaimana dilakukan dalam beberapa penelitian integrasi numerik sebelumnya (Zein et al., 2022).

Adapun fungsi yang digunakan adalah sebagai berikut.

Kasus I

$$f(x) = x^3 + 2x + 1, 0 \leq x \leq 2$$

Kasus II

$$f(x) = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$$

Masing-masing fungsi dihitung menggunakan Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah dengan jumlah partisi yang sama sehingga hasil kedua metode dapat dibandingkan secara objektif.

Tahapan penelitian dilakukan melalui beberapa langkah. Tahap pertama adalah menentukan fungsi yang akan dihitung beserta interval integrasinya. Selanjutnya ditentukan jumlah partisi sehingga diperoleh panjang setiap subinterval. Setelah itu dilakukan proses perhitungan menggunakan Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah sesuai rumus dasar masing-masing metode. Nilai pendekatan yang diperoleh kemudian dibandingkan dengan nilai integral eksak yang dihitung menggunakan teknik integrasi analitik.

Rumus Kaidah Trapesium yang digunakan dalam penelitian ini adalah

$$I_T = \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

dengan

- $h = \frac{b-a}{n}$
- n = jumlah partisi
- a = batas bawah integral
- b = batas atas integral.

Persamaan tersebut merupakan bentuk umum metode trapesium majemuk yang banyak digunakan dalam analisis numerik karena mampu meningkatkan ketelitian dibandingkan metode trapesium tunggal (Mulyono, 2022).

Sedangkan Kaidah Titik Tengah menggunakan persamaan

$$I_M = h \sum_{i=1}^n f(x_i^*)$$

dengan

$$x_i^* = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}$$

merupakan titik tengah setiap subinterval. Pendekatan ini menggunakan nilai fungsi pada titik tengah sehingga secara teoritis menghasilkan galat yang lebih kecil dibandingkan metode trapesium pada banyak fungsi kontinu (Maure & Mungkasi, 2021).

Untuk mengetahui tingkat ketelitian masing-masing metode dilakukan analisis galat. Galat absolut dihitung menggunakan persamaan

$$E_a = |I - I^*|$$

dengan

- I = nilai integral eksak
- I^* = hasil pendekatan numerik.

Selanjutnya galat relatif dihitung menggunakan persamaan

$$E_r = \frac{|I - I^*|}{|I|} \times 100\%$$

Penggunaan dua indikator tersebut bertujuan memberikan gambaran mengenai tingkat penyimpangan hasil pendekatan terhadap solusi sebenarnya sehingga kualitas masing-masing metode dapat dianalisis secara kuantitatif (Suryanto & Wibowo, 2023).

Hasil perhitungan kemudian disajikan dalam bentuk tabel agar memudahkan proses interpretasi. Analisis dilakukan dengan membandingkan nilai integral pendekatan, nilai galat absolut, serta galat relatif dari kedua metode. Metode yang menghasilkan galat paling kecil dianggap memiliki tingkat akurasi yang lebih baik pada fungsi yang diuji.

Dengan tahapan penelitian tersebut diharapkan dapat diperoleh gambaran yang jelas mengenai kelebihan maupun keterbatasan Kaidah Trapezium dan Kaidah Titik Tengah dalam menyelesaikan persoalan integrasi numerik sehingga hasil penelitian dapat dijadikan referensi pada pembelajaran analisis numerik maupun penelitian komputasi matematika.

HASIL PENELITIAN

Deskripsi Data Penelitian

Penelitian ini menggunakan dua fungsi matematika yang memiliki karakteristik berbeda, yaitu fungsi polinomial dan fungsi trigonometri. Kedua fungsi dipilih karena mewakili bentuk fungsi yang umum dijumpai dalam berbagai persoalan matematika terapan maupun rekayasa. Setiap fungsi dihitung menggunakan Kaidah Trapezium dan Kaidah Titik Tengah dengan jumlah partisi yang sama sehingga hasil pendekatan kedua metode dapat dibandingkan secara objektif.

Perbandingan dilakukan berdasarkan tiga indikator utama, yaitu: nilai integral pendekatan, nilai galat absolut, nilai galat relatif. Selain itu, nilai pendekatan masing-masing metode juga dibandingkan dengan nilai integral eksak sehingga dapat diketahui tingkat akurasi setiap metode integrasi numerik.

Studi Kasus I

Menentukan Nilai Integral Fungsi Polinomial

Diberikan fungsi

$$\int_0^2 (x^3 + 2x + 1) dx$$

Dengan jumlah partisi

$$n = 4$$

maka diperoleh

$$h = \frac{2 - 0}{4} = 0,5$$

Selanjutnya ditentukan titik-titik partisi sebagai berikut.

i	xi
0	0
1	0,5
2	1,0
3	1,5
4	2,0

Kemudian dihitung nilai fungsi pada setiap titik sehingga diperoleh tabel berikut.

x	f(x)=x ³ +2x+1
0	1
0,5	2,125
1	4
1,5	7,375

Studi Kasus I

Diberikan integral

$$I = \int_0^2 (x^3 + 2x + 1) dx$$

Dengan

$$n = 4$$

sehingga

$$h = \frac{2 - 0}{4} = 0,5$$

Titik pembagi interval

i	x_i
0	0
1	0,5
2	1
3	1,5
4	2

Nilai fungsi

x	$f(x) = x^3 + 2x + 1$
0	1
0,5	2,125
1	4
1,5	7,375
2	13

Penyelesaian Menggunakan Kaidah Trapesium

Rumus Kaidah Trapesium majemuk

$$I_T = \frac{h}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

Substitusi nilai

$$= \frac{0,5}{2} [1 + 2(2,125 + 4 + 7,375) + 13]$$

Jumlah nilai tengah

$$2,125 + 4 + 7,375 = 13,5$$

Sehingga

$$\begin{aligned}
 &= \frac{0,5}{2} [1 + 27 + 13] \\
 &= \frac{0,5}{2} (41) \\
 &= 10,25
 \end{aligned}$$

Jadi hasil pendekatan menggunakan Kaidah Trapesium adalah

$$I_T = 10,25$$

Penyelesaian Menggunakan Kaidah Titik Tengah

Titik tengah setiap interval

Interval	Titik Tengah
0-0,5	0,25
0,5-1	0,75
1-1,5	1,25
1,5-2	1,75

Nilai fungsi

Titik Tengah	Nilai Fungsi
0,25	1,515625
0,75	2,921875
1,25	5,453125
1,75	9,859375

Jumlah seluruh nilai fungsi

$$1,515625 + 2,921875 + 5,453125 + 9,859375 = 19,75$$

Kemudian

$$\begin{aligned}
 I_M &= h \sum f(x_i) \\
 &= 0,5(19,75) \\
 &= 9,875
 \end{aligned}$$

Sehingga

$$I_M = 9,875$$

Menentukan Nilai Integral Eksak

Integral analitik

$$\int (x^3 + 2x + 1)dx = \frac{x^4}{4} + x^2 + x$$

Substitusi batas

atas

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2^4}{4} + 2^2 + 2 \\
 &= 4 + 4 + 2 \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

bawah

$$0$$

Sehingga

$$I = 10$$

Analisis Galat

Error Trapesium

$$\text{Error relatif} = \frac{|10 - 10,25|}{10} = 0,25$$

$$\frac{0,25}{10} \times 100\% = 2,5\%$$

Error Titik Tengah

$$\text{Error relatif} = \frac{|10 - 9,875|}{10} = 0,125$$

$$\frac{0,125}{10} \times 100 = 1,25\%$$

Tabel Perbandingan Kasus I

Metode	Nilai Integral	Error Absolut	Error Relatif
Nilai Eksak	10	0	0%
Trapesium	10,25	0,25	2,50%
Titik Tengah	9,875	0,125	1,25%

Pembahasan Kasus I

Berdasarkan hasil perhitungan pada fungsi polinomial diperoleh bahwa kedua metode berhasil memberikan nilai yang sangat mendekati solusi analitik. Namun demikian, Kaidah Titik Tengah menghasilkan galat absolut sebesar 0,125, sedangkan Kaidah Trapesium menghasilkan galat sebesar 0,25. Hal ini menunjukkan bahwa metode Titik Tengah memiliki tingkat ketelitian sekitar dua kali lebih baik dibandingkan Kaidah Trapesium pada fungsi yang diuji.

Secara teoritis, hasil tersebut sesuai dengan konsep analisis numerik yang menjelaskan bahwa Kaidah Titik Tengah menggunakan nilai fungsi pada pusat interval sehingga mampu mengurangi kesalahan aproksimasi akibat perubahan kelengkungan fungsi. Sebaliknya, Kaidah Trapesium hanya memanfaatkan nilai fungsi pada kedua ujung interval sehingga pendekatan yang diperoleh cenderung menghasilkan galat lebih besar apabila fungsi memiliki perubahan gradien yang cukup signifikan (Maure & Mungkasi, 2021).

Hasil penelitian ini juga sejalan dengan penelitian Zein et al. (2022) yang menyatakan bahwa metode Titik Tengah secara umum memberikan akurasi lebih baik dibandingkan Kaidah Trapesium pada fungsi kontinu karena memiliki orde galat yang lebih kecil. Selain itu, penelitian Mulyono (2022) menjelaskan bahwa peningkatan jumlah partisi akan memperkecil galat kedua metode, tetapi Kaidah Titik Tengah tetap

menunjukkan tingkat konvergensi yang lebih baik dibandingkan Kaidah Trapesium.

Dengan demikian, pada fungsi polinomial yang diuji dapat disimpulkan bahwa Kaidah Titik Tengah merupakan metode yang lebih direkomendasikan apabila tujuan utama perhitungan adalah memperoleh hasil pendekatan dengan tingkat kesalahan yang minimal.

Studi Kasus II

Pada studi kasus kedua digunakan fungsi trigonometri karena fungsi ini banyak dijumpai pada berbagai persoalan fisika, teknik, maupun matematika terapan. Fungsi trigonometri memiliki karakteristik kurva yang berbeda dibandingkan fungsi polinomial sehingga menarik untuk dianalisis menggunakan kedua metode integrasi numerik.

Integral yang akan dihitung adalah

$$I = \int_0^{\pi} \sin x \, dx$$

Jumlah partisi yang digunakan sama seperti studi kasus pertama, yaitu

$$n = 4$$

Sehingga panjang setiap interval adalah

$$h = \frac{\pi - 0}{4} = \frac{\pi}{4} = 0,785398$$

Titik-titik partisi diperoleh sebagai berikut.

i	x_i	Nilai $f(x) = \sin x$
0	0	0
1	$\pi/4$	0,707107
2	$\pi/2$	1,000000
3	$3\pi/4$	0,707107
4	π	0

Penyelesaian Menggunakan Kaidah Trapesium

Menurut rumus Kaidah Trapesium Majemuk,

$$I_T = \frac{h}{2} [f(x_0) + 2\sum f(x_i) + f(x_n)]$$

Substitusi nilai

$$= \frac{0,785398}{2} [0 + 2(0,707107 + 1 + 0,707107) + 0]$$

Jumlah titik tengah

$$0,707107 + 1 + 0,707107 = 2,414214$$

Sehingga

$$= 0,392699(4,828428)$$

Hasilnya

$$I_T = 1,896119$$

Dengan demikian,

$$I_T = 1,896119$$

Penyelesaian Menggunakan Kaidah Titik Tengah

Titik tengah masing-masing interval

Interval	Titik Tengah
$0-\pi/4$	$\pi/8$
$\pi/4-\pi/2$	$3\pi/8$
$\pi/2-3\pi/4$	$5\pi/8$
$3\pi/4-\pi$	$7\pi/8$

Nilai fungsi

Titik Tengah	Nilai Sin
$\pi/8$	0,382683
$3\pi/8$	0,923880
$5\pi/8$	0,923880
$7\pi/8$	0,382683

Jumlah seluruh nilai fungsi

$$= 0,382683 + 0,923880 + 0,923880 + 0,382683$$

$$= 2,613126$$

Selanjutnya

$$I_M = 0,785398 \times 2,613126$$

Hasilnya

$$= 2,052344$$

Sehingga

$$I_M = 2,052344$$

Menentukan Nilai Integral Eksak

Integral analitik

$$\int \sin x \, dx = -\cos x$$

Substitusi batas atas dan bawah

$$\begin{aligned} &= -\cos(\pi) - (-\cos 0) \\ &= -(-1) - (-1) \\ &= 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

Sehingga

$$I = 2$$

Analisis Galat**Kaidah Trapezium**

Galat absolut

$$\begin{aligned} &= |2 - 1,896119| \\ &= 0,103881 \end{aligned}$$

Galat relatif

$$\begin{aligned} &= \frac{0,103881}{2} \times 100\% \\ &= 5,19\% \end{aligned}$$

Kaidah Titik Tengah

Galat absolut

$$\begin{aligned} &= |2 - 2,052344| \\ &= 0,052344 \end{aligned}$$

Galat relatif

$$\begin{aligned} &= \frac{0,052344}{2} \times 100\% \\ &= 2,62\% \end{aligned}$$

Tabel Perbandingan Kasus II

Metode	Nilai Integral	Error Absolut	Error Relatif
Nilai Eksak	2,000000	0	0%
Trapezium	1,896119	0,103881	5,19%
Titik Tengah	2,052344	0,052344	2,62%

PEMBAHASAN

Hasil penelitian pada fungsi trigonometri menunjukkan bahwa kedua metode integrasi numerik mampu menghasilkan nilai pendekatan yang sangat dekat dengan nilai integral eksak. Namun demikian, Kaidah Titik Tengah kembali memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan Kaidah Trapesium. Hal tersebut ditunjukkan oleh nilai galat absolut sebesar 0,052344, sedangkan Kaidah Trapesium menghasilkan galat sebesar 0,103881.

Fenomena tersebut terjadi karena Kaidah Titik Tengah menggunakan nilai fungsi pada pusat setiap subinterval sehingga lebih mampu merepresentasikan luas sebenarnya di bawah kurva. Sebaliknya, Kaidah Trapesium membentuk pendekatan berupa garis lurus yang menghubungkan dua titik ujung interval sehingga pada fungsi yang memiliki kelengkungan cukup besar, seperti fungsi sinus, luas yang diperoleh cenderung sedikit lebih kecil daripada luas sebenarnya. Kondisi ini sesuai dengan teori analisis numerik yang dikemukakan oleh Maure dan Mungkasi (2021), bahwa galat metode Titik Tengah bergantung pada turunan kedua fungsi dan umumnya lebih kecil dibandingkan metode Trapesium untuk jumlah partisi yang sama.

Apabila hasil studi kasus pertama dan kedua dibandingkan, terlihat bahwa pola yang sama kembali muncul. Pada kedua fungsi yang diuji, Kaidah Titik Tengah selalu menghasilkan nilai pendekatan yang lebih dekat terhadap solusi analitik. Hal ini mengindikasikan bahwa metode tersebut memiliki konsistensi yang lebih baik dalam menghasilkan nilai hampiran, baik pada fungsi polinomial maupun fungsi trigonometri.

Temuan penelitian ini juga mendukung hasil penelitian Zein et al. (2022) yang menyatakan bahwa metode Titik Tengah memberikan tingkat akurasi yang lebih tinggi dibandingkan metode Trapesium pada sebagian besar fungsi kontinu. Selain itu, penelitian Mulyono (2022) menjelaskan bahwa meskipun peningkatan jumlah partisi dapat memperkecil galat kedua metode, Kaidah Titik Tengah tetap memiliki laju konvergensi yang lebih baik sehingga mampu menghasilkan nilai hampiran yang lebih presisi.

Secara keseluruhan, hasil penelitian menunjukkan bahwa pemilihan metode integrasi numerik sangat memengaruhi kualitas hasil pendekatan. Oleh karena itu, apabila tujuan utama perhitungan adalah memperoleh nilai integral dengan galat seminimal mungkin tanpa meningkatkan kompleksitas algoritma, maka Kaidah Titik Tengah lebih direkomendasikan dibandingkan Kaidah Trapesium.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian, dapat disimpulkan bahwa Kaidah Trapesium dan Kaidah Titik Tengah mampu menghasilkan nilai pendekatan yang mendekati nilai integral eksak. Namun, berdasarkan dua studi kasus yang telah dilakukan, Kaidah Titik Tengah memberikan tingkat akurasi yang lebih baik karena menghasilkan galat absolut dan galat relatif yang lebih kecil dibandingkan Kaidah Trapesium. Dengan demikian, Kaidah Titik Tengah lebih direkomendasikan untuk digunakan dalam perhitungan integrasi numerik apabila diperlukan hasil pendekatan yang lebih teliti. Selain itu, penelitian ini menunjukkan bahwa pemilihan metode integrasi numerik berpengaruh terhadap tingkat ketelitian hasil perhitungan, sehingga metode yang digunakan perlu disesuaikan dengan karakteristik fungsi yang akan diintegalkan.

DAFTAR PUSTAKA

1. Maure, O. A., & Mungkasi, S. (2021). Analisis perbandingan metode aturan trapesium dan jumlahan Riemann tengah dalam penyelesaian integrasi numerik. *Silogisme: Kajian Ilmu Matematika dan Pembelajarannya*, 6(2), 79–88.
2. Mulyono. (2022). Analisis galat pada metode Newton–Cotes untuk penyelesaian integrasi numerik. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(4),

- 3291–3303.
3. Purba, R., & Simanjuntak, E. (2023). Analisis penerapan metode integrasi numerik pada penyelesaian integral tentu. *Jurnal Edukasi dan Sains Matematika*, 9(2), 145–156.
 4. Rahmawati, D., & Kurniawan, A. (2024). Perbandingan metode numerik dalam penyelesaian integral fungsi kontinu. *Jurnal Pendidikan Matematika Indonesia*, 9(1), 55–66.
 5. Sari, N., & Hidayat, A. (2022). Implementasi metode numerik pada pembelajaran kalkulus integral berbantuan komputer. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 16(2), 110–122.
 6. Setiawan, B., & Nugroho, Y. (2023). Analisis tingkat akurasi metode trapesium dan Simpson dalam komputasi numerik. *Jurnal Matematika Integratif*, 19(1), 41–52.
 7. Suryanto, A., & Wibowo, D. (2023). Analisis galat metode integrasi numerik pada fungsi kontinu. *Jurnal Pendidikan dan Aplikasi Matematika*, 7(1), 35–46.
 8. Utami, L., & Prasetyo, R. (2024). Efektivitas metode numerik dalam penyelesaian integral pada fungsi polinomial dan trigonometri. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 11(1), 70–82.
 9. Wahyuni, S., & Arifin, M. (2022). Pemanfaatan metode numerik dalam pembelajaran kalkulus berbasis teknologi. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(3), 2685–2696.
 10. Zein, M., Fadillah, R., & Hidayat, T. (2022). Analisis komparatif metode integrasi numerik pada penyelesaian integral tentu. *Asimtot: Jurnal Kependidikan Matematika*, 4(2), 115–12.

PROFIL PENULIS

Elsafina Chintya Silitonga adalah penulis yang berasal dari Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia.

Bukhari adalah penulis yang berasal dari Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia.

Ita Margaretta Br Tarigan adalah penulis yang berasal dari Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia.